Einführung in die Astronomie und Astrophysik I, WS 2009/10

Dozenten: H. Beuther & Ch. Fendt, Tutoren: L. Burtscher & O. Porth

Lösung zur 2. Übung

Besprechung am 4. November 2009

1 Auflösungsvermögen von Teleskopen

1.1 Spiegelgröße im optischen und nahinfraroten Wellenlängenbereich

a) Umrechnungsfaktoren:

- $1'' = 4.848 \cdot 10^{-6}$ rad
- 1 pc $= 2 \cdot 10^5$AU $= 3.086 \cdot 10^{16}$ m

Auflösungsvermögen nach Rayleigh: $\Theta_{min} = 1.22\frac{\lambda}{D}$
Winkel unter dem die protoplanetare Scheibe erscheint: $\Theta = \frac{1000}{140 \cdot 2 \cdot 10^5} = 3 \cdot 10^{-5}$ rad.
Der Hauptspiegel muss mindestens $D = 1.22 \cdot \frac{2.1 \cdot 10^{-6}}{\frac{\Theta}{\cdot 10}} \approx 0.85m$ groß sein.

b) Um im Abstand von 50 pc bei 550 nm 1 AE auflösen zu können, benötigt man "lediglich" einen Spiegel von 5,5m Durchmesser. Das Problem ist aber freilich, dass der Kontrast Planet:Stern so winzig ist, dass es praktisch sehr schwierig ist auf diese Weise Planeten abzubilden.

1.2 Mitt-Infrarotinterferometrie

Auflösung in der Interferometrie $\sim \frac{\lambda}{3BL}$. Bei diesem Winkel ist das Sinus-Muster des Interferogramms auf den halben Wert abgesunken, denn $1/2 = \cos(60)$ und $60/180 \sim \lambda/3$.
Eine weitere Definition für die Auflösung in der Interferometrie (Rayleigh-Definition der Auflösung) ist $\sim \frac{\lambda}{2BL}$
Man benötigt etwa eine 90m *Baseline (BL)* um den angegebenen Torus im mittleren Infraroten interferometrisch auflösen zu können.

1.3 Vergleichbare Teleskopgrößen in der Radioastronomie

$D_{21\mathrm{cm}} = \frac{21\mathrm{cm}}{2.1\mu\mathrm{m}} \cdot 0.85\mathrm{m} = 8.5 \cdot 10^4\mathrm{m}$, $D_{1.3\mathrm{mm}} = \frac{1.3\mathrm{mm}}{2.1\mu\mathrm{m}} \cdot 0.85\mathrm{m} = 530\mathrm{m}$. Man benötigt in beiden Fällen Interferometer, um die gewünschte Auflösung zu erzielen.

1.4 Theoretisch mögliche Gesichtsfelder von optischen und Nahinfrarotteleskopen

$FOV = 1/f = D/f_{ob}$
Für $f_{ob} = 35$m, D=3.5m (z.B. Calar Alto) ergibt sich ein Gesichtsfeld von 5.6°.

2 Thermische Linienbreite und spektrale Auflösung

2.1 Berechnung von thermischen Linienbreiten

$\Delta v = \sqrt{8\ln(2)\frac{kT}{m_{mol}}} \approx 215\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{\frac{T/\mathrm{K}}{m_{mol}/\mathrm{u}}}$
Für NH_3 bei 20K: $233\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, für H_2 bei 1000 K: $4808\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

2.2 Spektrale Auflösung im Optischen und Nahinfraroten

Um die thermischen Linienbreiten in ein $\Delta\lambda$ umzurechnen, benötigt man die Formel für den relativistischen Dopplereffekt:

$$\frac{f_B}{f_S} = \sqrt{\frac{c + \Delta v}{c - \Delta v}} \tag{1}$$

mit der Beobachter- (f_B) und Sender- (f_S) Frequenz und der Lichtgeschwindigkeit c. Für kleine $\Delta v/c$ kann man diese Formel wieder nähern zu

$$\frac{f_B}{f_S} \approx 1 + \frac{\Delta v}{c} \tag{2}$$

Damit ergibt sich

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{c/f_B}{c/f_B - c/f_S} \approx \frac{c}{\Delta v} \tag{3}$$

Für die beiden oben genannten Beobachtungen benötigt man Auflösungen von $1.3 \cdot 10^6$ (NH_3) bzw. $6.2 \cdot 10^4$ (H_2). Nur mit der höchsten heute verfügbaren Auflösung von 10^5 kann man die H_2-Linienverbreiterung spektral auflösen, die NH_3-Linienverbreiterung ist so nicht beobachtbar.
Die genannten Auflösungen entsprechen folgenden thermischen Linienbreiten: $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 10^5 \sim 3\mathrm{km/s}; 5000 \sim 60\mathrm{km/s}; 300 \sim 10^4\mathrm{km/s}$.

2.3 Vergleich zum Radiobereich

Auflösung $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^7 \sim 30\mathrm{m/s}$; die obigen Linien sind damit auflösbar.